

Numerička simulacija difrakcije svjetlosti na kružnoj pukotini

Pinterić, Borna

Undergraduate thesis / Završni rad (sveučilišni)

2025

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Split, Faculty of Science / Sveučilište u Splitu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:166:571583>

Rights / Prava: [Zaštićeno autorskim pravom.](#) / [In copyright.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2026-09-03**



Repository / Repozitorij:

[Digital Repository of Faculty of Science in Split / Digitalni repozitorij Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Splitu](#)



Dabar

Sveučilište u Splitu
Prirodoslovno-matematički fakultet

**Numerička simulacija difrakcije svjetlosti na
kružnoj pukotini**

Završni rad

Borna Pinterić

Split, kolovoz 2025.

Temeljna dokumentacijska kartica

Sveučilište u Splitu
Prirodoslovno–matematički fakultet
Odjel za fiziku
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Hrvatska

Završni rad

Numerička simulacija difrakcije svjetlosti na kružnoj pukotini

Borna Pinterić

Sveučilišni prijediplomski studij Fizika

Sažetak:

U ovom se radu numerički opisuje difrakcija svjetlosti na kružnom otvoru i nastanak karakterističnog interferencijskog uzorka poznatog kao Airyjevi uzorci koji su potrebni za definiranje razlučivosti optičkih instrumenata poput kamera, mikroskopa i teleskopa. Problem je postavljen ponavljanjem Huygensovog principa, Fraunhoferove aproksimacije i povezivanjem s Youngovim eksperimentom, te simuliran razvijanjem metode numeričkog računa koja je uspoređena s teorijskim predviđanjima. Kružni otvor i platno na kojem se uočava difrakcijski uzorak su podjeljeni na male kvadratiće, pa se mogu opisati matricama koje su prikladne za računalnu obradu što čini temelj numeričkog računa. Pokazano je odlično slaganje teorijskih i numeričkih rezultata, što potvrđuje da je metoda ispravna i da se računalnom simulacijom može precizno opisati difrakcija s dobrim odabirom početnih parametara.

Ključne riječi: difrakcija svjetlosti, kružni otvor, Airyjevi uzorci, numerički račun

Rad sadrži: 13 stranica, 11 slika, 3 tablice, 12 literaturnih navoda. Izvornik je na hrvatskom jeziku.

Mentor: izv. prof. dr. sc. Toni Šćulac

Ocjenjivači: izv. prof. dr. sc. Toni Šćulac,
prof. dr. sc. Mile Dželalija,
doc. dr. sc. Marko Kovač

Rad prihvaćen: 10. rujna 2025.

Rad je pohranjen u Knjižnici Prirodoslovno–matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu.

Basic documentation card

University of Split
Faculty of Science
Department of Physics
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Croatia

Bachelor thesis

Numerical simulation of circular aperture light diffraction

Borna Pinterić

University undergraduate study Physics

Abstract:

This paper numerically describes the diffraction of light through a circular aperture and the formation of the characteristic interference pattern known as the Airy pattern, which is essential for defining the resolution of optical instruments such as cameras, microscopes, and telescopes. The problem is introduced by revisiting Huygens' principle, the Fraunhofer approximation, and its connection to Young's experiment, and is simulated using a numerical method that is compared to theoretical predictions. The circular aperture and the screen where the diffraction pattern is observed are divided into small squares, allowing them to be represented by matrices suitable for computational processing, which forms the basis of the numerical approach. Excellent agreement between theoretical and numerical results has been demonstrated, confirming the accuracy of the method and its capability to precisely describe diffraction with a proper choice of initial parameters.

Keywords: light diffraction, circular aperture, Airy pattern, numerical computation

Thesis consists of: 13 pages, 11 figures, 3 tables, 12 references. Original language: Croatian.

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Toni Šćulac

Reviewers: Assoc. Prof. Dr. Toni Šćulac,
Prof. Dr. Mile Dželalija,
Assist. Prof. Dr. Marko Kovač

Thesis accepted: September 10, 2025.

Thesis is deposited in the library of the Faculty of Science, University of Split.

Sadržaj

1	Teorijski uvod	1
1.1	Interferencija valova	1
1.2	Huygensov princip i Youngov eksperiment	1
1.3	Fraunhoferova aproksimacija i difrakcija svjetlosti	3
1.4	Airyjev uzorak	4
2	Numerički račun	7
2.1	Modeliranje problema	7
2.2	Fazni pomak	8
3	Obrada rezultata	9
3.1	Ovisnost rezultata o parametrima	9
3.2	Usporedba rezultata	11
4	Diskusija	11
5	Zaključak	13
	Literatura	13

1 Teorijski uvod

Svjetlost pokazuje svojstva čestice i vala. Jedno važno svojstvo valne prirode svjetla je fenomen interferencije, koji objašnjava kako se dvije zrake svjetlosti preklapanjem mogu pojačati ili poništiti. Prolaskom svjetla kroz male otvore se mogu promatrati interferencijski uzorci uzrokovani tim fenomenom. Uzorak izazvan prolaskom svjetla kroz kružne otvore je koristan u praksi jer se takvi otvori nalaze u optičkim instrumentima, kao teleskopima i mikroskopima, a cilj je ovog poglavlja konceptualno ga objasniti i matematički opisati.

1.1 Interferencija valova

Val je definiran amplitudom A i oscilirajućim faktorom koji ovisi o fazi Φ , a opisuje se valnom funkcijom koja može poprimati sljedeći oblik:

$$\Psi(\vec{r}, t) = A \sin(\Phi) = A \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi). \quad (1.1)$$

Općenito se kaže da dva vala konstruktivno interferiraju kada su u fazi, odnosno kada su im faze jednake

$$A \sin(\Phi) + B \sin(\Phi) = [A + B] \sin(\Phi),$$

a destruktivno interferiraju kada su u protufazi, to jest kada im se faze razlikuju za π

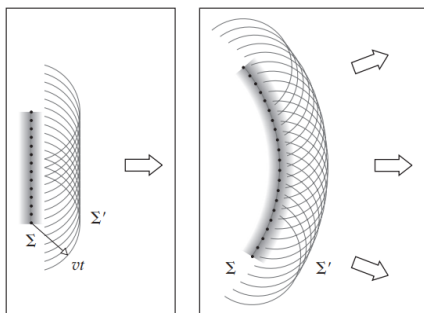
$$A \sin(\Phi) + B \sin(\Phi + \pi) = A \sin(\Phi) - B \sin(\Phi) = [A - B] \sin(\Phi).$$

Interferencija nije samo ograničena na te dvije pojave jer razlika u fazi valova može biti proizvoljna. Mogu je uzrokovati različite frekvencije vala i brzine propagacije, razlika u prijađenom putu iz dva udaljena izvora ili refleksija vala o određena sredstva.

1.2 Huyensov princip i Youngov eksperiment

Jednu od prvih teorija u kojoj se svojstva svjetlosti opisuju karakteristikama vala je razvio G. Huygens 1690. godine. Temelji se na principu prikazanom na slici (1) koji kaže da se svjetlost širi kao val na način da svaka točka valne fronte služi kao izvor sekundarnih sfernih valova pri čemu frekvencija titranja ostaje konstantna. Pretpostavio je da brzina propagacije svjetlosti ne mora biti izotropna, odnosno da može ovisiti o mediju, čime se objasni promjena smjera širenja na rubu dva materijala. Krajnja teorija¹ ima čvrstu matematičku podlogu i ključna je pri opisivanju eksperimenata koji su se dalje provodili.

¹A. Fresnel upotpunjuje teoriju u 19. stoljeću matematičkim dodatkom efekta interferencije, a kasnije Kirchhoff pokazuje kako princip proizlazi iz valne diferencijalne jednačbe.



Slika 1: Propagacija svjetlosnog vala po Huygensovom principu. (preuzeto iz [4], str. 115).

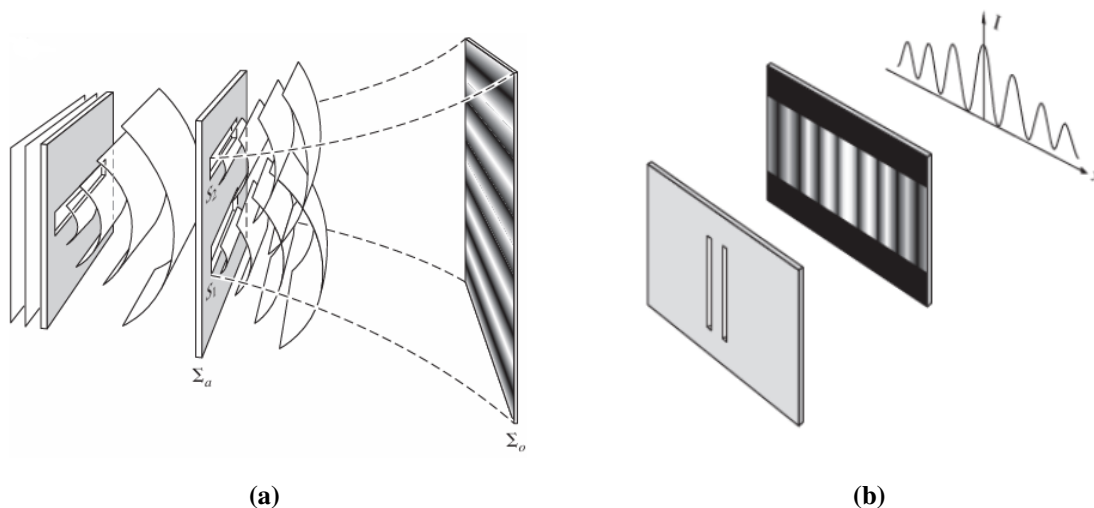
Najzahtjevniji dio produciranja stalne interferencije je potreba za izvorima koji emitiraju svjetlo iste konstantne frekvencije. Problem je T. Young zaobišao koristeći se Huygensovim principom na način da je svjetlost iz jednog izvora poslao kroz dva otvora koji su se tada ponašali kao zasebni izvori jednakog uzorka svjetlosti što je skicirano na slici (2a). Na udaljenom platnu je Young uočio uzorak uzrokovan interferencijom svjetlosnih valova iz dvaju izvora, vidljivo na slici (2b).

Faznom pomaku δ u ovom eksperimentu samo doprinosi razlika prijeđenog puta od pojedinog otvora do promatrane točke na platnu jer interferira isti uzorak svjetla koji prolazi kroz isti medij bez reflektiranja, što povlači da su ω , k i ϕ iz jednadžbe (1.1) konstantni. Definira se fazni pomak

$$\delta = k \cdot \Delta L = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L \quad (1.2)$$

gdje je λ valna duljina svjetlosti, a ΔL razlika puta.

Zbog periodičnosti trigonometrijskih funkcija na platnu se uočava više svijetlih i tamnih pruga koje su rezultat konstruktivne i destruktivne interferencije. Youngov eksperiment je povijesno vrlo značajan jer je dokazao ispravnost Huygensova pogleda na svjetlost i otvorio vrata razvoju valne optike.



Slika 2: Youngov eksperiment (preuzeto iz [4]). (a) Skica propagacije svjetlosti kroz dva susjedna otvora (str. 406). (b) Intenzitet sfernog vala opada s kvadratom udaljenosti od izvora što rezultira manjim maksimumima za veće pomake nakon interferencije (str. 411).

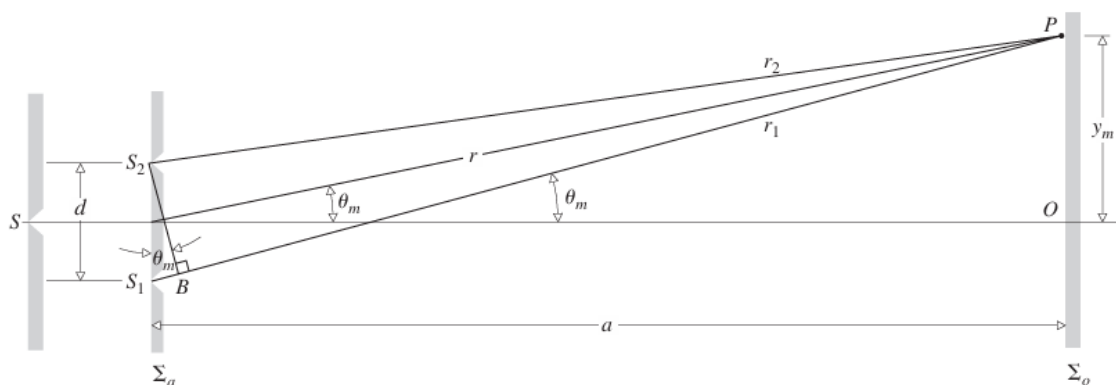
1.3 Fraunhoferova aproksimacija i difrakcija svjetlosti

Razliku prijednog puta iz dva izvora u Youngovom eksperimentu nije trivijalno izračunati. U slučajevima kada je udaljenost platna a puno veća od međusobne udaljenosti dvaju otvora d ($a \gg d$) koristi se Fraunhoferova aproksimacija koja smatra da su smjerovi širenja svjetla paralelni. Intuitivno je da će se nagib pravca povučenog kroz prvi otvor i proizvoljnu točku na platnu sve bliže poklapati s nagibom pravca koji je definiran tom istom točkom i drugim otvorom što se više udaljava platno i zaslon s otvorima, a skicirano je na slici (3).

Za dovoljno velike udaljenosti aproksimira se da su isti smjerovi širenja svjetlosti što znatno olakšava račun razlike puta koja je jednaka

$$\Delta L = d \cdot \sin \theta \quad (1.3)$$

gdje je d razmak dvaju otvora, a θ kut otklona pravca prema proizvoljnoj točki u odnosu na pravac normale.

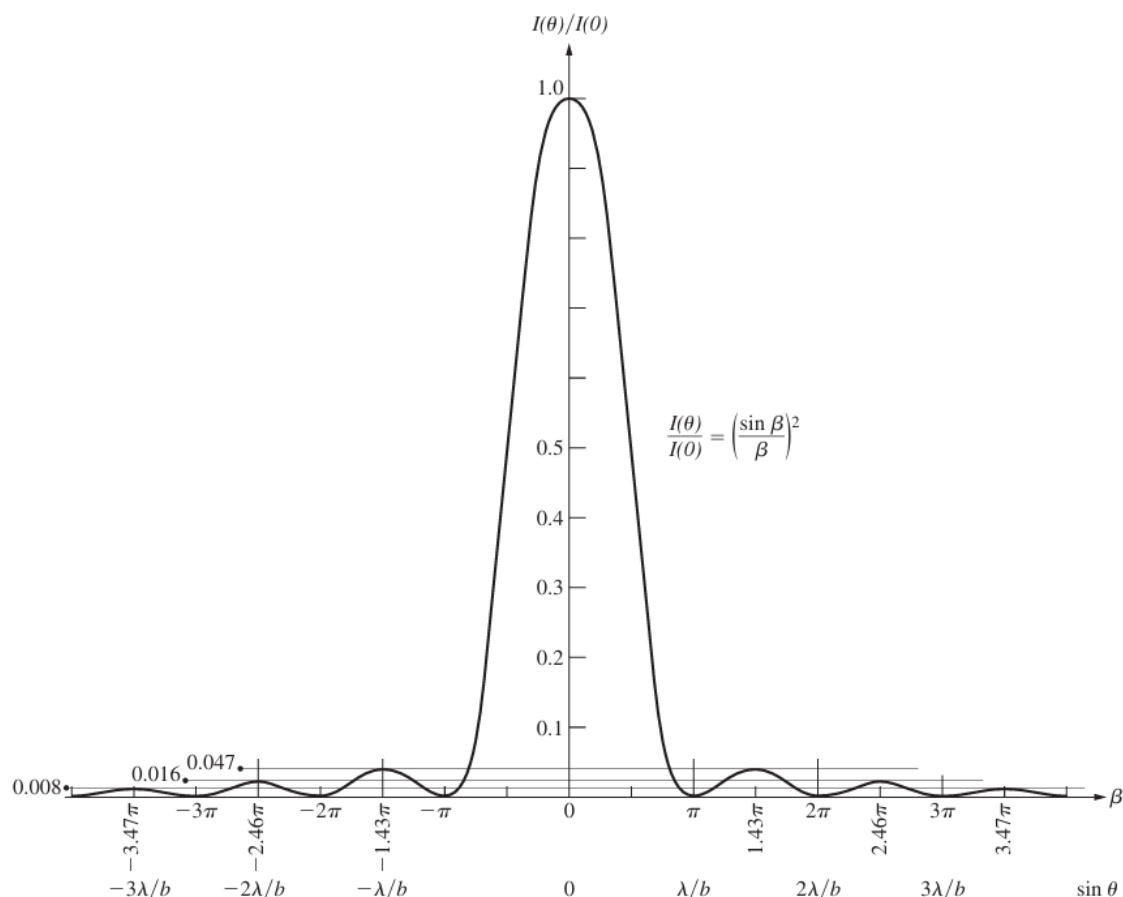


Slika 3: Geometrija razlike puta u Youngovom eksperimentu uz Fraunhoferovu aproksimaciju (preuzeto iz [4], str. 406).

Za potpuno razumijevanje Youngovog eksperimenta je još potrebno proučiti difrakciju svjetlosti. U realnom razmatranju problema nisu zanemarive dimenzije otvora što implicira, prema Huygensovom principu, da se ne radi o jednom točkastom izvoru svjetla, već više sekundarnih izvora, čiji emitirani valovi međusobno interferiraju.

Nastali uzorak karakterizira glavni središnji maksimum i oscilatorno ponašanje dalje od središta s maksimumima znatno nižih intenziteta, a pojava interferencije međusobne svjetlosti pri prolasku kroz jedan otvor se naziva difrakcija. Pri difrakciji bijele svjetlosti je primjetno značajnije raspršenje komponenti većih valnih duljina. Uz Fraunhoferovu aproksimaciju se može izračunati odnos intenziteta svjetlosti o kutu otklona od središta uzorka, čije je rješenje² grafički prikazano na slici (4).

²Za detaljan izvod pogledati [4], str. 462-466



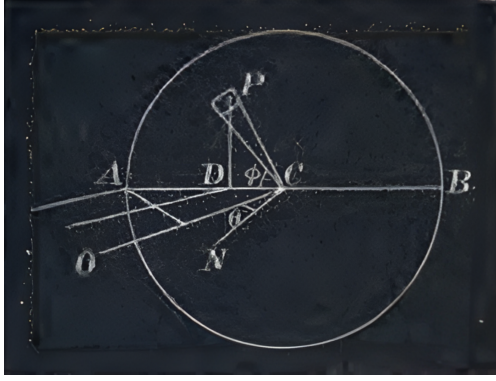
Slika 4: Graf intenziteta u ovisnosti o kutu otklona θ nakon difrakcije (preuzeto iz [4], str. 472).

1.4 Airyjevi uzorci

Nakon pregleda difrakcije svjetlosti u dvije dimenzije prirodno se zapitati kako se problem zakomplicira u slučaju realnog eksperimenta u tri dimenzije. Konačni difrakcijski uzorak će ovisiti o proizvoljnom obliku otvora, od kojih se najčešće promatraju pravokutni i kružni. Vrlo uzak pravokutnik simulira dvodimenzionalni problem, dok je kružni otvor prisutan u teleskopima i ostalim optičkim instrumentima, pa ga je vrlo korisno riješiti. Difrakcija svjetlosti na kružnoj pukotini rezultira uzorkom koji se sastoji od svijetlog centralnog diska i svijetlih koncentričnih prstenova puno slabijih intenziteta.

Prvi je ovaj uzorak matematički opisao G. B. Airy³ 1834., pa su po njemu dobili ime Airyjevi uzorci i centralni Airyjevi disk koji je značajan za račun razlučivosti optičkih instrumenata.

³Uzorak je prvi uočio W. Herschel 1782. godine. Za detaljan raspis Airyjevog računa i usporedbe s Herschelovim eksperimentom pogledati [1].



Slika 5: Skica problema difrakcije na kružnom otvoru (preuzeto iz [2], str. 300).

vektor $\vec{\rho} = (-\rho \cos \phi, \rho \sin \phi, 0)$ uz $\phi = \angle DCP$. Poopćenje Fraunhoferove aproksimacije za razliku puta u tri dimenzije ima oblik

$$\Delta L = \vec{\rho} \cdot \hat{s}, \quad (1.4)$$

što efektivno znači da na fazni pomak utječe samo udaljenost od referentne točke duž pravca AB, koji je definiran otklonom smjera svjetlosti od normale kružnog otvora.

Iz razlike puta se računa fazni pomak vala (1.2) iz točke P u odnosu na središte C koji je jednak

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{\rho} \cdot \hat{s} = h\rho \cos \phi, \quad (1.5)$$

uz uvedenu pokratu

$$h = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta.$$

Račun interferencije se provodi integriranjem oscilirajućeg člana valne jednadžbe po čitavom kružnom otvoru, što rezultira ukupnim doprinosom amplitudi u promatranoj točki. U računu je element površine $dA = \rho d\phi d\rho$ i integracija se provodi u polarnim koordinatama

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \int_0^r \sin(\omega t - \delta) \cdot \rho d\phi d\rho &= \int_0^{2\pi} \int_0^r \sin(\omega t - h\rho \cos \phi) \cdot \rho d\phi d\rho = \\ &= \sin(\omega t) \int_0^{2\pi} \int_0^r \rho \cos(h\rho \cos \phi) d\phi d\rho - \cos(\omega t) \int_0^{2\pi} \int_0^r \rho \sin(h\rho \cos \phi) d\phi d\rho = \\ &= \sin(\omega t) \int_0^{2\pi} \int_0^r \rho \cos(h\rho \cos \phi) d\phi d\rho, \end{aligned} \quad (1.6)$$

a član uz $\cos(\omega t)$ iščezava zbog neparnosti sinusa koja dozvoljava da se pokrate doprinos točke P i jednak doprinos suprotnog predznaka iz nasuprotne točke u odnosu na središte.

Intenzitet je tada kvadrat amplitude uz oscilirajući $\sin(\omega t)$

$$I = \left[\int_0^{2\pi} \int_0^r \rho \cos(h\rho \cos \phi) d\phi d\rho \right]^2. \quad (1.7)$$

Integral se rješava razvojem u Taylorov red, što je matematički opširno i van okvira ovog poglavlja⁴. Krajnje rješenje je zapisano preko relativnog intenziteta S^2

$$I = (\pi r^2)^2 S^2$$

čiji je korijen jednak redu

$$S = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{n}{1} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{n^2}{2} \right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{n^3}{3} \right)^2 + \frac{1}{5} \left(\frac{n^4}{4} \right)^2 + \dots \quad (1.8)$$

koji konvergira za sve vrijednosti

$$n = \frac{hr}{2} = \frac{\pi r \sin \theta}{\lambda}.$$

Maksimumi i minimumi intenziteta se računaju iz uvjeta $\frac{dS}{dn} = 0$ i $S = 0$ redom. Vrijednosti relativnog intenziteta se češće zapisuju u ovisnosti o parametru kojeg definira promjer kružnog otvora pa se uvodi

$$m = \frac{2n}{\pi} = \frac{d \sin \theta}{\lambda}. \quad (1.9)$$

U tablici (1) su zapisane vrijednosti parametra m za prvih 5 maksimuma i minimuma, te pripadajuće vrijednosti relativnog intenziteta.

Prsten	m	Rel. intenzitet S^2	Prsten	m	Rel. intenzitet S^2
1. maksimum	0	1	1. minimum	1.220	0
2. maksimum	1.635	0.01750	2. minimum	2.233	0
3. maksimum	2.679	0.00416	3. minimum	3.238	0
4. maksimum	3.699	0.00160	4. minimum	4.241	0
5. maksimum	4.710	0.00078	5. minimum	5.243	0

Tablica 1: Parametri m i relativni intenziteti S^2 predviđeni teorijom za prvih 5 maksimuma i minimuma Airyjevog uzorka (preuzeto iz [3], str. 329).

Fraunhoferova aproksimacija podrazumijeva veliku udaljenost platna na kojem uočavamo interferenciju, odnosno male vrijednosti kuta θ . Zbog toga se $\sin \theta$ u jednadžbi (1.9) može zamijeniti sa

$$\frac{l}{a} = \tan \theta \approx \sin \theta \approx \theta$$

gdje je a udaljenost platna od kružnog otvora, a l ($l \ll a$) radijalni pomak točke na platnu od

⁴Za ostatak izvoda pogledati [2], str. 300, 301

središta uzorka. Iz poznatih parametara m maksimuma i minimuma se mogu izvesti pomaci tamnih i svijetlih prstenova od Airyjevog diska

$$l = a \frac{m\lambda}{d}, \quad (1.10)$$

koji je, uz vrijednosti relativnog intenziteta S^2 , ključan za usporedbu teorije i numerički izračunatih podataka.

2 Numerički račun

Cilj implementacije numeričkog računa je opisati Airyjev uzorak proizvoljnih parametara računalnom simulacijom. Za dimenzije realnog eksperimenta se uzimaju udaljenost platna od otvora $a = 1\text{m}$ i promjer kruga $d = 1\text{mm}$ ($a \gg d$) iz čega se računa red veličine maksimalnog kuta otklona:

$$\tan \theta_{max} \approx \frac{d}{a} = 10^{-3}, \quad \theta_{max} \approx 9.999 \cdot 10^{-4}$$

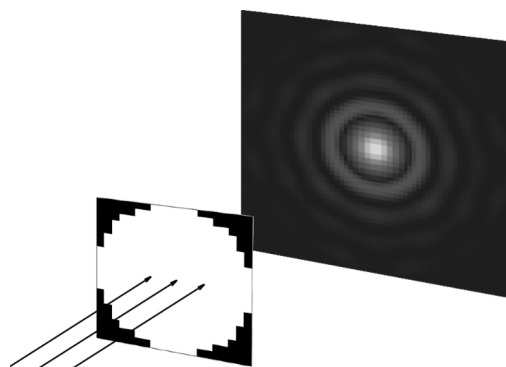
čime se lako vidi da je aproksimacija $\tan \theta \approx \sin \theta \approx \theta$ ispunjena.

Po Huygensovom principu se svaka točka unutar otvora ponaša kao izvor sekundarnih sfernih valova čiji se doprinosi na platnu uračunaju integracijom po površini kružnog otvora. Glavna ideja numeričkog postavljanja problema se krije u diskretizaciji površine kruga čime se integral zamjenjuje sumacijom.

2.1 Modeliranje problema

Površine otvora i platna se podijele na kvadratne elemente duljine bridova w reprezentirane poljima u dvjema matricama koje su skicirane na slici (6). Prikazivanje površina preko diskretnih članova prikladnih za sumaciju omogućuje daljnji numerički račun s proizvoljnom greškom. Trivijalno je da se krug ne može podijeliti u konačno mnogo kvadratića, koliko god mali bili, ali povećanjem broja polja u matrici i smanjenjem površine w^2 se teži traženom kružnom otvoru.

Svako polje matrice otvora može biti prazno ili popunjeno, pri čemu se samo prazna polja smatraju izvorima sekundarnih valova što omogućuje



Slika 6: Skica paralelnog upada svjetlosti na matricu otvora gdje crni kvadratići predstavljaju popunjena polja, a bijeli prazna i matrica platna kojoj svjetlina polja predstavlja veći relativni intenzitet.

oblikovanje proizvoljne površine otvora. Polja matrice platna sadržavaju informaciju o relativnom intenzitetu svjetlosti nakon difrakcije i računaju se prilagođavanjem formula (1.6) i (1.7) na način da se integral po površini zamijeni sumom po praznim poljima matrice otvora. Jednadžba (1.6) se uz opći fazni pomak δ transformira u

$$\sum_{\text{prazna polja}} \sin(\omega t - \delta) = \sin(\omega t) \sum \cos \delta - \cos(\omega t) \sum \sin \delta, \quad (2.1)$$

pri čemu član uz $\cos(\omega t)$ ne mora nužno iščezavati, tako da se doprinos dodatno uračuna u jednadžbu za intenzitet

$$I = \left[\sum \cos \delta \right]^2 + \left[\sum \sin \delta \right]^2. \quad (2.2)$$

Svako polje matrice platna sadrži informaciju o intenzitetu I u točki koju predstavlja, te samo nedostaje skalirati podatke podjelom svih vrijednosti s maksimumom čitave matrice.

U ovako postavljenom problemu se nije koristila činjenica da se površina otvora modelira u obliku kruga, iz čega slijedi da se na isti način mogu numerički promatrati Youngov eksperiment, difrakcija na kvadratnoj pukotini ili neki drugi problem zbog mogućnosti proizvoljnog odabira dimenzija matrice i rasporeda praznih polja unutar matrice otvora.

Za promatranje Airyjevog uzorka se koristi matrica otvora dimenzija $n \times n$ unutar koje su prazna polja samo ona udaljena od središta matrice za $n/2$ kako bi se aproksimirao kružni otvor promjera n polja. Matrica platna je dimenzija $k \cdot n \times k \cdot n$ gdje je k parametar proširenja simulacije čije povećavanje omogućuje promatranje udaljenijih maksimuma od središta. Udaljenost platna od otvora stoji fiksirana na $a = 1\text{m}$ i promjer kruga je konstantno $d = 1\text{mm}$ što se postiže skaliranjem širine jednog polja $w = d/n$.

2.2 Fazni pomak

Preostaje izračunati δ koji u jednadžbi (2.2) predstavlja fazni pomak u proizvoljnom polju platna vala emitiranog iz promatranog praznog polja matrice otvora u odnosu na val emitiran iz središta otvora. Definira se koordinatni sustav sa središtem otvora u ishodištu i središtem platna u točki $(0, 0, a)$ tako da je z os okomita na ravnine matrice. Svako kvadratno polje matrice ima realnu širinu w čime se, uz relativan položaj polja od središta, izračunaju koordinate promatranog polja matrice otvora općenito označene točkom $(x, y, 0)$. Na sličan način točka (X, Y, a) definira položaj proizvoljnog polja matrice platna.

Za račun faznog pomaka uz upotrebu Fraunhoferove aproksimacije, kao što se koristila u teoriji u jednadžbi (1.4), potrebno je definirati radij vektor $\vec{r}$ položaja polja na otvoru i jedinični

vektor $\hat{s}$ smjera širenja iz središta otvora prema promatranom polju na platnu

$$\vec{\rho} = x\hat{i} + y\hat{j},$$

$$\hat{s} = \frac{X\hat{i} + Y\hat{j} + a\hat{k}}{\sqrt{X^2 + Y^2 + a^2}}$$

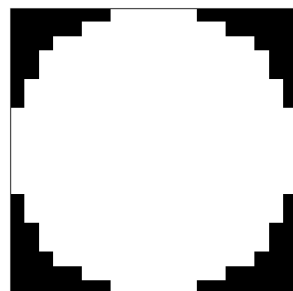
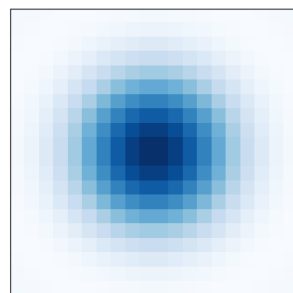
iz čega slijedi izraz za razliku puta:

$$\Delta L = \vec{\rho} \cdot \hat{s} = \frac{x \cdot X + y \cdot Y}{\sqrt{X^2 + Y^2 + a^2}}. \quad (2.3)$$

Izračunati δ služi za popunjavanje matrice platna vrijednostima intenziteta dobivenih difrakcijom svjetlosti na kružnoj pukotini koje se skaliraju tako da najveća vrijednost bude jednaka 1, čime se postižu traženi relativni intenziteti. Mjerenjem udaljenosti minimuma i maksimuma od središta se dobiju pomaci l tamnih i svijetlih prstena za valnu duljinu svjetlosti λ teorijski izračunati u jednadžbi (1.10).

3 Obrada rezultata

U fizici teoriju uvijek upotpunjuju mjerenja, a implementacija numeričke metode se može smatrati računalnom simulacijom eksperimenta čiji se rezultati uspoređuju s predviđanjima teorije. Simulacija se provodi za bilo koje valne duljine vidljive svjetlosti, a za svrhe ovog poglavlja će se koristiti $\lambda = 450\text{nm}$ koja karakterizira plavo svjetlo. Udaljenost planta od otvora, te njegov promjer su postavljeni na $a = 1\text{m}$ i $d = 1\text{mm}$ za koje se pokazalo da zadovoljavaju uvjete Fraunhoferove aproksimacije. Glavni rezultat simulacije jest matrica platna iz koje se iščitavaju relativni intenziteti i udaljenosti svijetlih i tamnih prstenova, a ovisi o parametrima n i k koji definiraju rezoluciju i širinu matrice.

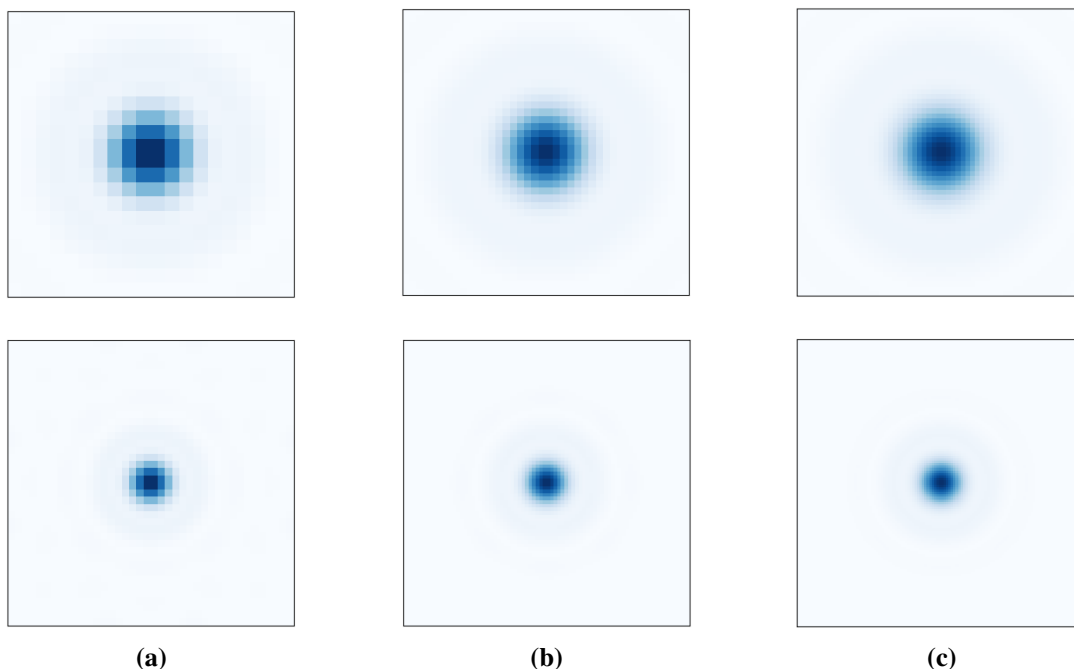


3.1 Ovisnost rezultata o parametrima

Potrebno se upoznati s matricama prikazanim na slici (7) koje služe za analizu podataka. Matrica otvora se sastoji od praznih polja koja obilježavaju izvore sekundarnih valova, a platno sadrži informaciju o relativnom intenzitetu koji poprima vrijednosti od 0 do 1 koje su predstavljene gradijentom boje svjetla korištene valne duljine, pri čemu je bijela pridružena intenzitetu od 0.

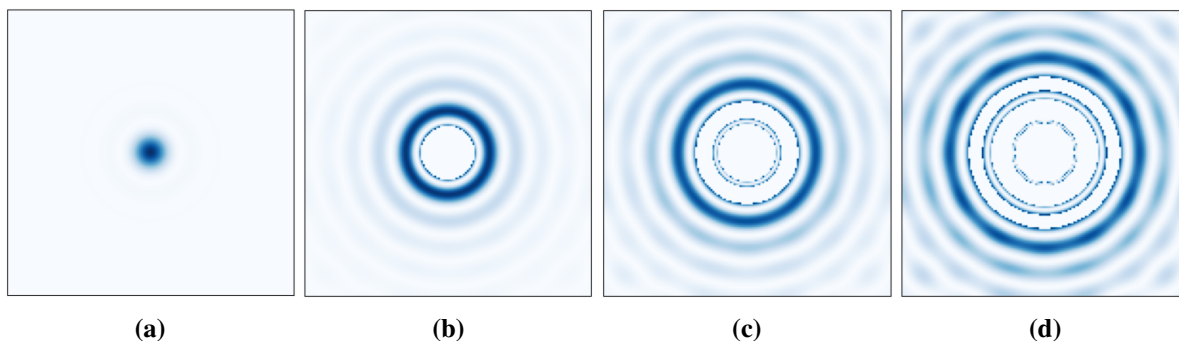
Slika 7: Prikaz matrice otvora dimenzije 20×20 i matrice platna koeficijenta proširenja $k = 1$ (dimenzije 20×20).

Na slici (7) matrica platna samo prikazuje središnji maksimum koji nije sam dovoljan za promatranje intenziteta i pomaka daljnjih svijetlih prstenova, pa je potrebno povećati faktor k . Početni otvor nije dovoljno sličan krugu jer je pre malih dimenzija $n \times n$ što rezultira niskom rezolucijom konačne slike. Ovisnost matrice platna o parametrima n i k je prikazana na slici (8).



Slika 8: Prikaz utjecaja parametra n na rezoluciju i faktora proširenja k na vidno polje. Usporedba između $k = 2$ i $k = 4$ za matrice otvora dimenzija: (a) 10×10 , (b) 20×20 , (c) 30×30 .

Iako su maksimumi viših redova prikazani na reprezentaciji matrice, slabog su intenziteta i zato nisu uočljivi, pa se uvodi novo baždarenje gradijenta boje. Definira se najveća dozvoljena vrijednost relativnog intenziteta I_{max} koja služi za prikaz matrice platna na način da su sve vrijednosti između 0 i I_{max} prikazane starim gradijentom boje dok svi intenziteti iznad I_{max} ostaju bijeli. Sada je moguće ignoriranjem maksimuma prvih redova promatrati udaljenije svijetle prstenove bez promjene dobivenih vrijednosti.



Slika 9: Prikaz utjecaja parametra I_{max} na boju maksimuma viših redova matrice platna dimenzije 150×150 . Usporedba između: (a) $I_{max} = 1$, (b) $I_{max} = 0.02$, (c) $I_{max} = 0.005$, (d) $I_{max} = 0.002$.

Na slici (9) je prikazan rezultat simulirane difrakcije za otvor dimenzije 30×30 , uz faktor

proširenja $k = 5$ pod raznim ograničenjima kako bi se uočili maksimumi viših redova. Isti se parametri simulacije koriste za daljnju analizu podataka i usporedbu s teorijskim predviđanjima.

3.2 Usporedba rezultata

Relativni intenziteti minimuma i maksimuma se lako iščitaju s matrice platna, pa ih samo ostaje usporediti s vrijednostima zapisanim u tablici (1). Udaljenosti svijetlih i tamnih prstenova je također trivijalno izračunati uz poznatu širinu kvadratića w i broj polja koji čini promatranu duljinu, ali još nedostaju rezultati teorijskog računa obavljenog po jednadžbi (1.10):

$$l = a \frac{m\lambda}{d} = 1\text{m} \frac{m \cdot 450\text{nm}}{1\text{mm}} = m \cdot 0.45\text{mm}.$$

Vrijednosti relativnih intenziteta i pomaka l od središta za numerički i teorijski račun su zapisane u tablicama (2) i (3) za prvih 5 maksimuma, odnosno minimuma.

Prsten	Relativni intenzitet		Pomak l [mm]	
	Numerički	Teorija	Numerički	Teorija
1. maksimum	1	1	0	0
2. maksimum	0.01745	0.0175	0.7333	0.7358
3. maksimum	0.00425	0.00416	1.2	1.2055
4. maksimum	0.00171	0.0016	1.6667	1.6645
5. maksimum	0.00067	0.00078	2.1333	2.1195

Tablica 2: Usporedba numerički i teorijski izračunatih relativnih intenziteta i pomaka l od središta za prvih 5 svijetlih prstenova.

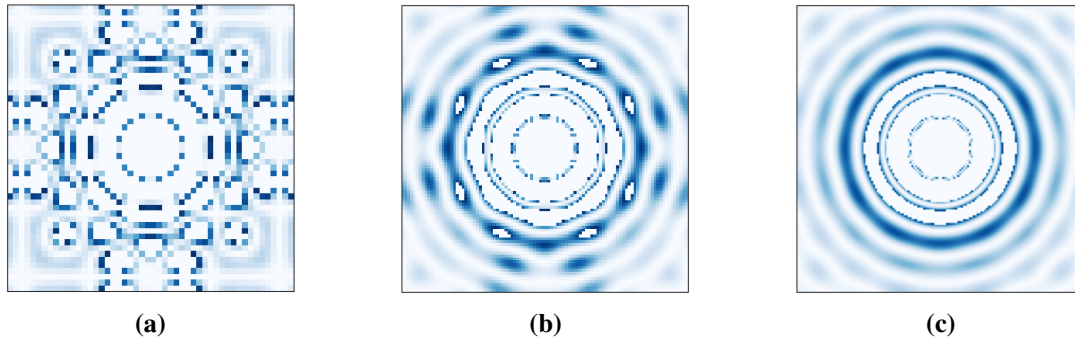
Prsten	Relativni intenzitet		Pomak l [mm]	
	Numerički	Teorija	Numerički	Teorija
1. minimum	0.00005	0	0.5667	0.549
2. minimum	0.00008	0	1	1.0038
3. minimum	0	0	1.4667	1.4571
4. minimum	0.00001	0	1.9333	1.9084
5. minimum	0	0	2.3667	2.3594

Tablica 3: Usporedba numerički i teorijski izračunatih relativnih intenziteta i pomaka l od središta za prvih 5 tamnih prstenova.

4 Diskusija

Vrijednosti dobivene numeričkim računom se dobro poklapaju s teorijskim predviđanjima, što je vidljivo iz tablica (2) i (3) bez analize relativnih pogrešaka. Intenzitet i pomak neznatno više

odstupaju od teorije za maksimume i minimume viših redova zbog nedostatka preciznosti u obliku otvora koji rezultira uočljivim greškama pri nižim rezolucijama, prikazanim na slici (10). Povećanjem rezolucije, odnosno parametra n , se može kružna pukotina bolje aproksimirati, no time se znatno povećava vrijeme simulacije, pa se matrica otvora 30×30 i faktor proširenja $k = 5$ smatraju dovoljno preciznim za svrhe analize vrijednosti prvih 5 ekstrema.

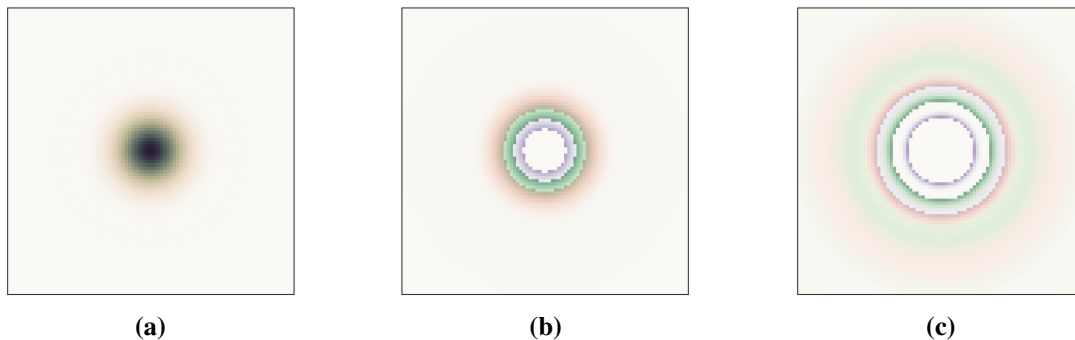


Slika 10: Utjecaj rezolucije $n \times n$ na točnost oblika svijetlih prstenova. Usporedba prikazana za $I_{max} = 0.002$ između: (a) $n = 10$ i $k = 5$, (b) $n = 20$ i $k = 5$, (c) $n = 30$ i $k = 5$.

Huygensov princip svaku točku valne fronte tretira kao izvor sfernih valova, ali u jednadžbama (1.7) i (2.2) se nije uračunalo opadanje intenziteta s kvadratom udaljenosti što je karakteristično za sferne valove, no to nije izostanak. Fraunhoferova aproksimacija, zbog relativno velike udaljenosti platna, smatra da su paralelni smjerovi širenja valova iz svake točke otvora prema promatranoj točki, čime se valna fronta poravna i uzorak svjetlosti se aproksimira ravnim valom.

Uključivanjem novog faktora R^{-1} u izraz za amplitudu vala (2.1), koji bi kasnije rezultirao doprinosu kvadratnog opadanja intenziteta, konačna matrica platna ostaje nepromijenjena jer bi sve udaljenosti između točke otvora i platna R bile približno jednake razmaku a , što ne bi imalo utjecaja na relativan intenzitet nakon skaliranja.

Pomak svijetlih i tamnih prstenova od središta (1.10) ovisi o valnoj duljini na način da se boje nižih energija, odnosno većih valnih duljina više otklanjaju od centra. Na slici (11) je prikazana difrakcija uzorka svjetlosti sastavljenog od crvene, zelene i ljubičaste boje zbog kojeg je uočljiva ova pojava.



Slika 11: Utjecaj valne duljine λ na kut otklona. Usporedba crvene ($\lambda = 740\text{nm}$), zelene ($\lambda = 560\text{nm}$) i ljubičaste ($\lambda = 380\text{nm}$) boje prikazana za: (a) $I_{max} = 1$, (b) $I_{max} = 0.4$, (c) $I_{max} = 0.07$.

5 Zaključak

Teorijskom analizom difrakcije svjetlosti na kružnom otvoru se računaju vrijednosti relativnih intenziteta centralnog Airyjevog diska i maksimuma viših redova, kao i udaljenosti prstenova od središta. Predviđanja su replicirana numeričkim računom čime je provjereno da se podjelom površine kruga na male kvadrate može dovoljno dobro aproksimirati kružni otvor zbog kojeg na platnu nastaje karakteristični Airyjevi uzorci. Simulacija služi kao računalno proveden eksperiment čiji rezultati upotpunjuju teoriju ili opisuju nešto analitički nerješivo.

Uz proizvoljno modeliranje otvora kroz kojeg svjetlost prolazi se mogu promatrati različite pojave i interferencijski uzorci, no od njih se ističe izuzetna važnost Airyjevog diska. Bila to kamera, mikroskop, teleskop ili bilo koji optički instrument s kružnim otvorom, činjenica da točkasti izvor ne rezultira točkastom slikom utječe na razlučivost, odnosno mogućnost razlikovanja dva bliska predmeta, što je posljedica promatranog proširenja uzorka svjetlosti.

Literatura

- [1] Airy, G. B. (1834.) "On the Diffraction of an Object-glass with Circular Aperture". Transactions of the Cambridge Philosophical Society. 5: 283–290., <https://archive.org/details/transactionsofca05camb/page/n305/mode/2up>
- [2] Preston, T., "Theory of Light," 5. izdanje, 299-304, Macmillan & Co., Ltd., London, 1928.
- [3] Jenkins, F. A. i White, H. E., "Fundamentals of Optics", 4. izdanje, 259-266, 315-330, McGraw-Hill, 1976.
- [4] Hecht, E., "Optics", 5. izdanje, 115-116, 291-294, 405-413, 457-496, Pearson Education, 2017.