

Eksperimentalna i numerička analiza bungee gibanja

Uroda, Petar

Undergraduate thesis / Završni rad (sveučilišni)

2025

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Split, Faculty of Science / Sveučilište u Splitu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:166:886537>

Rights / Prava: [Zaštićeno autorskim pravom.](#) / [In copyright.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2026-09-02**



Repository / Repozitorij:

[Digital Repository of Faculty of Science in Split / Digitalni repozitorij Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Splitu](#)



Dabar

Sveučilište u Splitu
Prirodoslovno-matematički fakultet

Eksperimentalna i numerička analiza bungee gibanja

Završni rad

Petar Uroda

Split, rujan 2025.

Temeljna dokumentacijska kartica

Sveučilište u Splitu
Prirodoslovno–matematički fakultet
Odjel za fiziku
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Hrvatska

Završni rad

Eksperimentalna i numerička analiza bungee gibanja

Petar Uroda

Sveučilišni prijediplomski studij Matematika i Fizika

Sažetak:

Eksperimentalno i numerički je proučeno gibanje kuglice pričvršćene na elastično uže kao model sustava bungee jumpinga. Eksperimentalni podaci dobiveni su analizom videozapisa pomoću alata Tracker, teorijski model temelji se na Newtonovim jednažbama gibanja i numeričkom rješavanju diferencijalnih jednažbi metodom Runge - Kutta četvrtog reda. Usporedbom rezultata pokazuje se dobro slaganje u početnim fazama gibanja, dok u kasnijim fazama nastaju odstupanja zbog gubitaka energije i zbog utjecaja modelom neopisanih faktora. Unatoč tome rezultati potvrđuju da jednostavan model može predvidjeti ekstremne vrijednosti produljenja i akceleracije. Sličan pristup se može primjeniti u obradi i analizi mnogih drugih fizikalnih sustava.

Ključne riječi: Bungee jumping, Tracker software, Runge - Kutta

Rad sadrži: iv stranice s općim podacima, 12 stranica, 8 slika, 2 tablice, 7 literaturnih navoda.

Mentor: izv. prof. dr. sc. Toni Šćulac, *Prirodoslovno-matematički fakultet u Splitu*

Povjerenstvo za ocjenu i obranu završnog rada:

izv. prof. dr. sc. Toni Šćulac, *Prirodoslovno-matematički fakultet u Splitu*,
izv. prof. dr. sc. Petar Stipanović, *Prirodoslovno-matematički fakultet u Splitu*,
izv. prof. dr. sc. Žarko Kovač, *Prirodoslovno-matematički fakultet u Splitu*

Datum obrane: 24. rujna 2025.

Rad je napisan na hrvatskom jeziku i pohranjen u repozitoriju Prirodoslovno–matematičkog fakulteta u Splitu, koji je dio nacionalnog repozitorijskog sustava Dabar.

Basic documentation card

University of Split
Faculty of Science
Department of Physics
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Croatia

Bachelor thesis

Experimental and numerical analysis of bungee motion

Petar Uroda

University undergraduate study of Mathematics and Physics

Abstract:

The motion of a ball attached to an elastic cord, as a model of the bungee jumping system, was studied experimentally and numerically. Experimental data were obtained by analyzing video recordings using the Tracker software, while the theoretical model is based on Newton's equations of motion and the numerical solution of differential equation using the fourth-order Runge–Kutta method. A comparison of the results shows agreement in the initial phases of the motion, while in later phases deviations appear due to energy losses and the influence of factors not described by the model. Nevertheless, the results confirm that a simple model can predict the extreme values of cord elongation and acceleration. A similar approach can be applied to the study and analysis of many other physical systems.

Keywords: Bungee jumping, Tracker software, Runge - Kutta

Thesis contains: iv general information pages, 12 pages, 8 figures, 2 tables, 7 references.

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Toni Šćulac, *Faculty of Science in Split*

Thesis defence and evaluation committee:

Assoc. Prof. Dr. Toni Šćulac, *Faculty of Science in Split*,
Assoc. Prof. Dr. Petar Stipanović, *Faculty of Science in Split*,
Assoc. Prof. Dr. Žarko Kovač, *Faculty of Science in Split*

Defence date: September 24th, 2025.

The thesis is written in Croatian and archived in the repository of the Faculty of Science, University of Split, which is part of the national repository system DABAR.

IZJAVA

o samostalnoj izradi rada

Izjavljujem s punom materijalnom i moralnom odgovornošću da sam završni rad s naslovom Eksperimentalna i numerička analiza bungee gibanja izradio samostalno pod mentorstvom izv. prof. dr. sc. Toni Šćulca.

U radu sam primijenio metodologiju znanstveno-istraživačkog rada i koristio literaturu koja je navedena na kraju diplomskog rada. Tuđe spoznaje, stavove, zaključke, teorije i zakonitosti koje sam izravno ili parafrazirajući naveo u diplomskom radu na uobičajen, standardan način citirao sam i povezao s korištenim bibliografskim jedinicama. Rad je pisan u duhu hrvatskog jezika.

Student



Petar Uroda

Sadržaj

1	Uvod	1
2	Metoda rada	2
2.1	Eksperimentalno mjerenje	2
2.2	Teorijski model	4
2.3	Simulacija	5
3	Usporedba rezultata i diskusija	7
4	Zaključak	11
5	Literatura	12

1 Uvod

Bungee jumping je danas sve popularnija ekstremna aktivnost u kojoj se kombinira slobodni pad i oscilatorno gibanje. S fizikalnog gledišta predstavlja zanimljiv sustav u kojem se isprepliću gravitacijska sila, elastična sila užeta i otpor zraka. Takav sustav moguće je modelirati na različitim razinama složenosti, od jednostavnih analitičkih izraza do naprednih numeričkih simulacija.

U ovom radu kao model bungee jumpinga promatrano je gibanje kuglice obješene na elastično uže, pri čemu su eksperimentalno dobiveni podaci uspoređeni s rezultatima teorijskog modela. Ovakav pristup omogućuje istodobno razumijevanje osnovnih fizikalnih principa i provjeru prediktivnih mogućnosti jednostavnog matematičkog modela.

Cilj rada je procijeniti ekstremne vrijednosti položaja i akceleracije kuglice tijekom gibanja pomoću dostupne eksperimentalne aparature i relativno jednostavne teorijske analize. Posvećena je i pažnja procjeni nesigurnosti u mjerenju i usporedbi s numeričkim rezultatima. Takav pristup omogućuje detaljnije razumijevanje bungee gibanja i uvid u prednosti i ograničenja različitih razina modeliranja.

2 Metoda rada

Sustavno proučavam bungee jumping kroz tri koraka: eksperimentalno mjerenje, teorijsko modeliranje i računalnu simulaciju, na kraju uspoređujem model i stvarna mjerenja.

2.1 Eksperimentalno mjerenje

Model bungee jumpinga izradio sam pomoću kuglice i elastične gumice. Kako sam koristio samo jednu kameru pokušao sam gibanje ograničiti samo na jednu dimenziju. Sve sam snimio kamerom koja snima 240 slika po sekundi u rezoluciji $1920px \times 1080px$. U postupku izvođenja eksperimenta nužno je ispustiti kuglicu u trenutku kada se uža ne njiše kako bi smanjili mogućnost gibanja u neželjenim smjerovima. Kameru je potrebno postaviti fiksno i osigurati da je paralelna ravnini snimanja uz dobro osvjetljenje. Za obradu videa koristio sam alat Tracker [1]. Unutar korisničkog sučelja Trackera može se odrediti koordinatni sustav te kalibrirati video preko predmeta poznatih veličina, kao poznatu veličinu uzeo sam duljinu užeta na kojem je obješena kuglica $L_k = (0.621 \pm 0.001)m$. Ishodište koordinatnog sustava je u točki gdje je uža pričvršćeno i x-os je u smjeru obješene kuglice, kao što je prikazano na slici 1. Postupak je objašnjen u priručniku za Tracker, u literaturi je naveden link [2].



Slika 1: Kalibracija videosnimke. Duljina plave dužine (kalibracijskog štapa) odgovara duljini užeta od $0.621m$. Ljubičasto je koordinatni sustav postavljen tako da se gibanje kuglice promatra po jednoj osi.

Kako bih skupio sve potrebne informacije izmjerio sam te izračunao vrijednosti i greške sljedećih veličina:

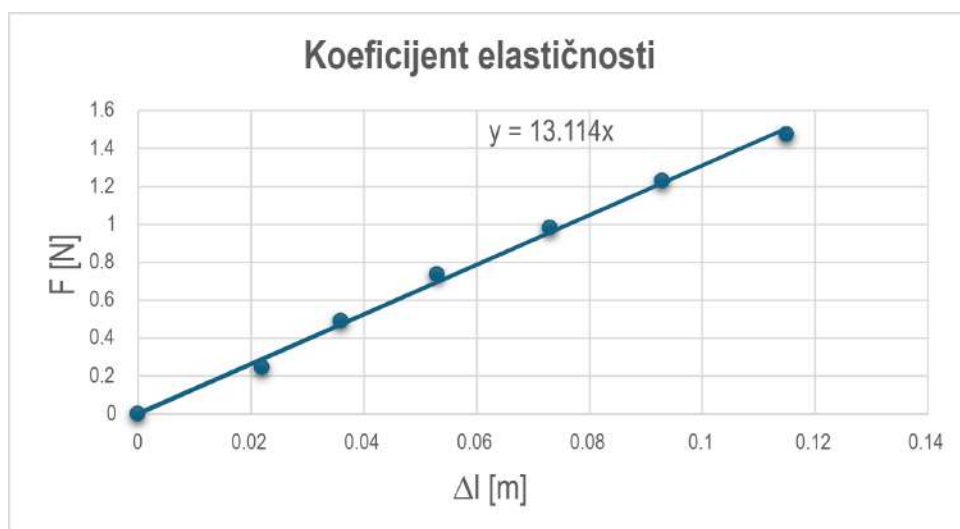
- duljina neopterećenog užeta: $L = (0.600 \pm 0.001) m$
- linijska gustoća: $\mu = (0.00400 \pm 0.00017) \frac{kg}{m}$
- masa užeta: $m_u = (0.0024 \pm 0.0001) kg$
- masa kuglice: $m_k = (0.0196 \pm 0.0001) kg$

- opseg kuglice: $O_k = (0.077 \pm 0.001) \text{ m}$
- površina poprečnog presjeka loptice: $A = (0.000472 \pm 0.000012) \text{ m}^2$

Pri tom sam koristio formulu za grešku izvedene veličine.

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_i \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \right]_{x_i=\bar{x}_i}^2 \sigma_{x_i}^2} \quad (2.1)$$

Također sam istražio u kojoj je mjeri ispravno uzeti da postoji konstanta elastičnosti. Vješanjem različitih utega poznatih masa te mjerenjem produljenja došao sam do, slika 2.



Slika 2: Koeficijent elastičnosti odgovara nagibu pravca, koji je izračunat metodom najmanjih kvadrata za parove $(x,y) = (\text{produljenje, težina})$

Koristeći se metodom najmanjih kvadrata i koristeći formule:

$$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} \quad (2.2)$$

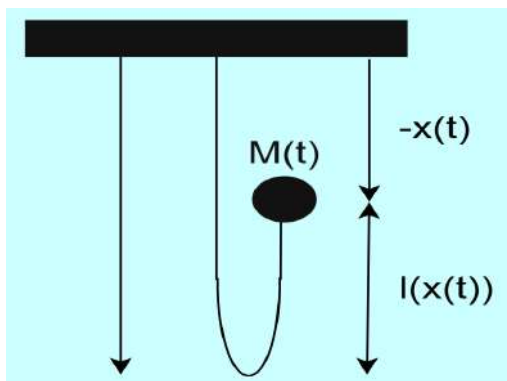
$$\sigma_a = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\frac{\overline{y^2} - (\bar{y})^2}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} - a^2 \right)} \quad (2.3)$$

Dobio sam vrijednost koeficijenta elastičnosti $K = (13.10 \pm 0.34) \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

U eksperimentu dolazi do sličnih produljenja kao što su testirana, stoga u nastavku tretiram K kao konstantu.

2.2 Teorijski model

Uključivanje utjecaja mase užeta daje zanimljiv teorijski rezultat, akceleracija tijekom spusta može biti veća od akceleracije slobodnog pada. Analitički izraz u slučaju kada je zanemaren otpor zraka glasi $a = -g - \frac{v^2}{\frac{m_k}{\mu} + \frac{(L+x(t))}{2}}$, detaljan izvod se može pronaći u radu [4] uz drugačije oznake te drugačije orijentiran koordinatni sustav. U slučaju kada uzmemo u obzir otpor zraka izraz je malo kompliciraniji te će se kasnije izvesti. Promotrimo sliku 3:



Slika 3: Skica utega u padu pričvršćenog s užetom. $-x(t)$ predstavlja duljinu užeta, zato jer je koordinatni sustav na takav način definiran ranije u tekstu, $l(x(t))$ predstavlja duljinu konopa od najniže točke do utega.

Kako uteg pada tako se $l(x(t))$ smanjuje. U radu [3] je objašnjeno kako promjena duljine tog dijela užeta zapravo pridonosi promjeni mase sustava kojeg mi promatramo, a to je uteg i dio konopa koji je u padu. U daljnjem izvodu pretpostavlja se: uteg je materijalna točka, uže je savršeno elastično s konstantom elastičnosti K , utjecaj otpora zraka na uteg ali ne i na uže, linearna gustoća užeta μ . Sada prelazimo na izvod koji vodi na diferencijalnu jednadžbu koja opisuje kretanje utega.

Oznake:

- $x(t)$ – položaj utega
- K – koeficijent elastičnosti
- C_D – koeficijent otpora zraka
- ρ – gustoća zraka
- $\vec{F}_g$ – gravitacijska sila
- $\vec{F}_e$ – elastična sila
- $\vec{F}_z$ – sila otpora zraka: $-\text{sgn}(v)\frac{1}{2}C_D\rho A v^2$ [5]. $\text{sgn}(v)$ je predznak brzine u odnosu na x-os.

Definiramo funkcije:

$$l(x(t)) = \begin{cases} \frac{L+x(t)}{2}, & -x(t) < L \\ 0, & -x(t) \geq L \end{cases} \quad (2.4)$$

te funkciju $M(t)$ koja predstavlja ukupnu masu sustava koji je u padu,

$$M(t) = m_k + m_u = m_k + \mu \cdot l(x(t)) \quad (2.5)$$

Glavni korak u izvodu je korištenje 2. Newtonova zakona:

$$\frac{d[M(t)v(t)]}{dt} = \vec{F}_g + \vec{F}_e + \vec{F}_z \quad (2.6)$$

Raspisana jednadžba glasi:

$$[m_u + \mu \cdot l(x(t))] \cdot a(t) + [\mu \cdot \frac{dl(x(t))}{dt} \cdot v(t)] = -g[m_u + \mu \cdot l(x(t))] + K \cdot [-x(t) - L] - \text{sgn}(v) \cdot \frac{1}{2} \cdot C_D \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 \quad (2.7)$$

Koeficijent otpora zraka ovisi o obliku te je uzet iz poznatih eksperimentalnih podataka za oblik kugle $C_D = 0.5$, gustoća zraka je također preuzeta iz poznatih eksperimentalnih podataka s vrijednošću $\rho = 1.225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ [5]. Eksplicitni izraz za akceleraciju tijekom prve faze bungee jumpinga, odnosno pada (uže nije rastegnuto) :

$$a(t) = -g - \frac{2v^2}{2m_k + \mu(L + x(t))} \cdot (\text{sgn}(v) \cdot C_D \cdot \rho_z \cdot A + \mu) \quad (2.8)$$

izraz za drugu fazu, odnosno produljenje i odskok (samo dok je uže rastegnuto):

$$a(t) = -g + \frac{K}{m_k} \cdot (-x(t) - L) - \text{sgn}(v) \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho_z \cdot A \cdot v^2 \quad (2.9)$$

2.3 Simulacija

Numerička simulacija gibanja kuglice obješene o elastično uže temelji se na Runge–Kutta metodi četvrtog reda, kojom se rješava sustav diferencijalnih jednadžbi. Sustav uključuje djelovanje gravitacije, otpora zraka i elastične sile užeta, ovisno o fazi gibanja. Kod je pohranjen na GitHub u repozitoriju [7].

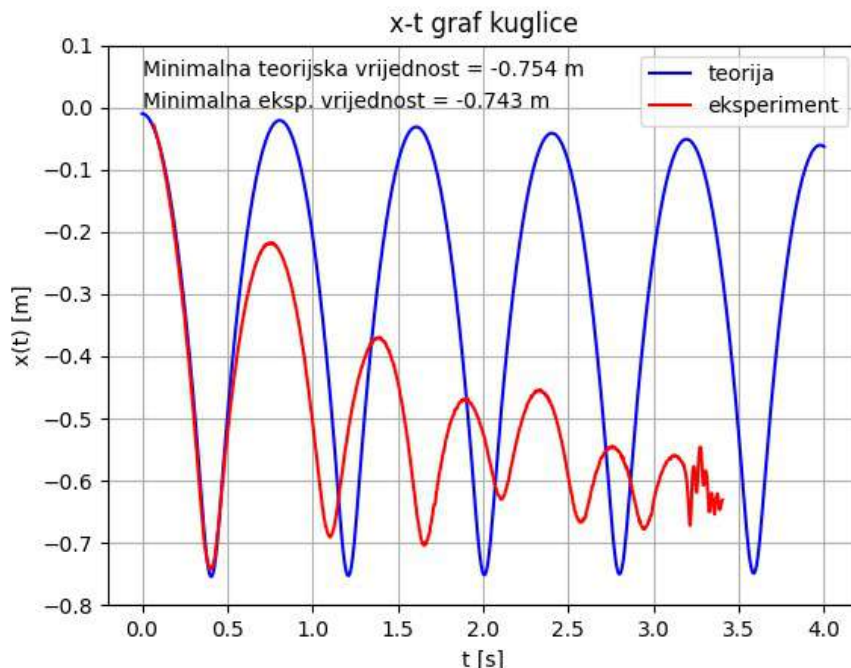
Cilj simulacije je izračunati položaj, brzinu i akceleraciju kuglice kroz vrijeme, te usporediti teorijske vrijednosti s eksperimentalnim mjerenjima dobivenima video-analizom. Fizikalni parametri definirani na početku uključuju gravitacijsku akceleraciju (g), koeficijent otpora zraka (c_d), gustoću zraka (ρ_z), površinu kuglice (A), linijsku gustoću užeta (μ), masu kuglice (m_c), duljinu nerastegnuto užeta (L) te konstantu elastičnosti užeta (k). Ovi parametri određuju

dinamiku sustava u svakoj fazi.

Model se sastoji od dviju faza: slobodni pad, u kojem se uže još nije istegnulo, i faza istezanja, kada uže počinje pružati elastičnu silu. U prvoj fazi na kuglicu djeluje gravitacija, otpor zraka i prisutna je promjenjiva efektivna masa. U drugoj fazi, kada se kuglica udalji više od duljine nerastegnutog užeta, uključuje se i elastična sila proporcionalna istezanju. U obje faze otpor zraka proporcionalan je kvadratu brzine i djeluje suprotno od smjera gibanja.

Runge–Kutta metoda koristi fiksni vremenski korak i u svakom koraku računa četiri međurezultata (k_1 – k_4) kako bi se dobila preciznija aproksimacija sljedeće točke. Tijekom simulacije kontinuirano se provjerava u kojoj se fazi kuglica nalazi: ako je istezanje manje od duljine užeta, koristi se model slobodnog pada; inače se koristi model s elastičnom silom. Početni uvjeti su takvi da je kuglica u ishodištu koordinatnog sustava i u mirovanju, a simulacija traje 4 sekunde s ukupno 50 000 vremenskih koraka. Kao rezultat dobivaju se liste vremena, položaja, brzina i akceleracija. Za usporedbu s eksperimentom, iz Excel tablice učitani su izmjereni položaji, brzine i pripadna vremena. Ti podaci potječu iz video-analize kretanja kuglice. Vrijednosti su zaokružene na tri decimale, a raspoređene su u tri liste: vrijeme, položaj i brzina. Na kraju se izrađuju i spremaju tri grafa: položaj, brzina i akceleracija kao funkcije vremena. Prva dva grafa uspoređuju teorijske i eksperimentalne podatke, dok treći prikazuje samo teorijsku akceleraciju.

3 Usporedba rezultata i diskusija



Slika 4: Graf položaja, gdje su crvenom bojom označena mjerenja, a plavom teorijsko predviđanje simulacijom.

U svrhu diskusije i boljeg razumijevanja problema razdijelimo promatranje u dva dijela. Prvo promatramo pad, a zatim odskok. Na slici 4 vidimo lijepo poklapanje simulacije i snimljenog eksperimenta u dijelu pada i procjene maksimalnog otklona. Minimalna teorijska vrijednost iznosi $-0.754m$ dok minimalna eksperimentalna vrijednost iznosi $-0.743m$.

Greška mjerenja sastoji se od dvije komponente: greške mjernog uređaja (ravnala) i greške kod postavljanja kalibracijskog štapa u Trackeru. Za mjerenje duljine užeta koristio sam ravnalo precizno do na $1mm$. Kamera koju sam koristio imala je rezoluciju $1920px \times 1080px$, udaljenost najviše i najniže točke ravnine u kojoj se nalazi uža u kadru je iznosila $1.455m$. Iz toga sam dobio veličinu (duljinu) piksela:

$$L_p = \frac{1.455m}{1920} = 0.0008m \quad (3.1)$$

Kako je kamera precizna do na piksel greška mjerenja duljine kamerom iznosi L_p . Prilikom analize snimljenih fotografija korištenjem opcije autotrackinga unutar Trackera program ne uspijeva uvijek točno odrediti koordinate centra kuglice. Primjećeno je da označena koordinata u velikoj većini slučajeva varira unutar 8 piksela od stvarnog centra. Stoga je ukupna greška pri analizi fotografija Trackerom dana izrazom:

$$(\sigma_x)^2 = (\sigma_{ravnala})^2 + (\sigma_{kamera})^2 + (\sigma_{programa})^2 \quad (3.2)$$

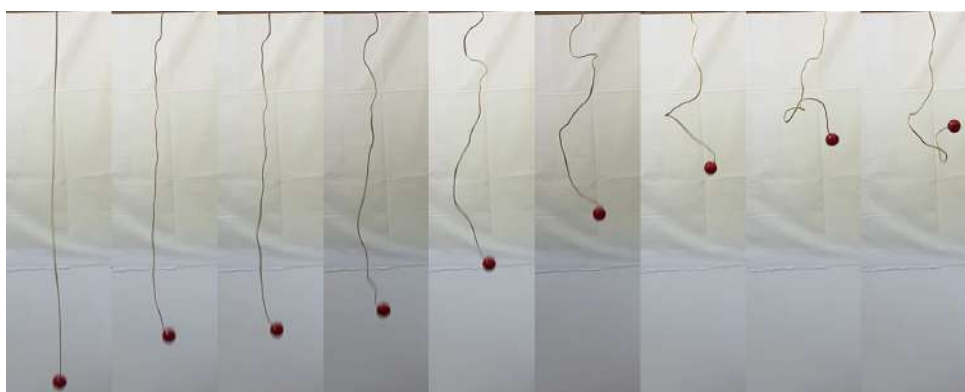
Ukupna greška iznosi $\sigma_x = 0.0065m$, za potrebe ujednačenog prikaza zaokružena je na $0.007m$.

Eksperimentalna vrijednost	Teorijska vrijednost
$(-0.743 \pm 0.007)m$	$-0.754m$

Tablica 1: Usporedba vrijednosti maksimalnog otklona

Rezultati dobiveni simulacijom dosta se dobro slažu s eksperimentalnim. Naime kako smo zanemarili otpor zraka užeta i moguće kretnje u preostala dva smjera očekivali smo ekstremnije vrijednosti otklona putem simulacije, što smo i dobili (tablica 1). Gledajući sliku 4 vidimo da se nadalje teorija i eksperiment sve više udaljuju.

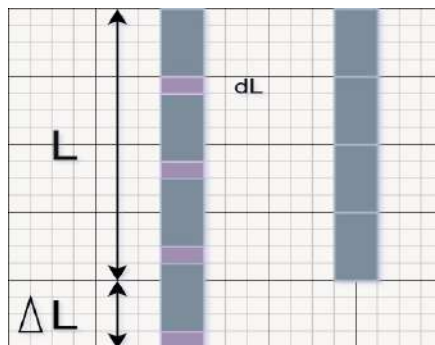
Kako bi bolje razumijeli probleme koji se javljaju kod odskoka promotrimo fotografije s usporene snimke, slika 5.



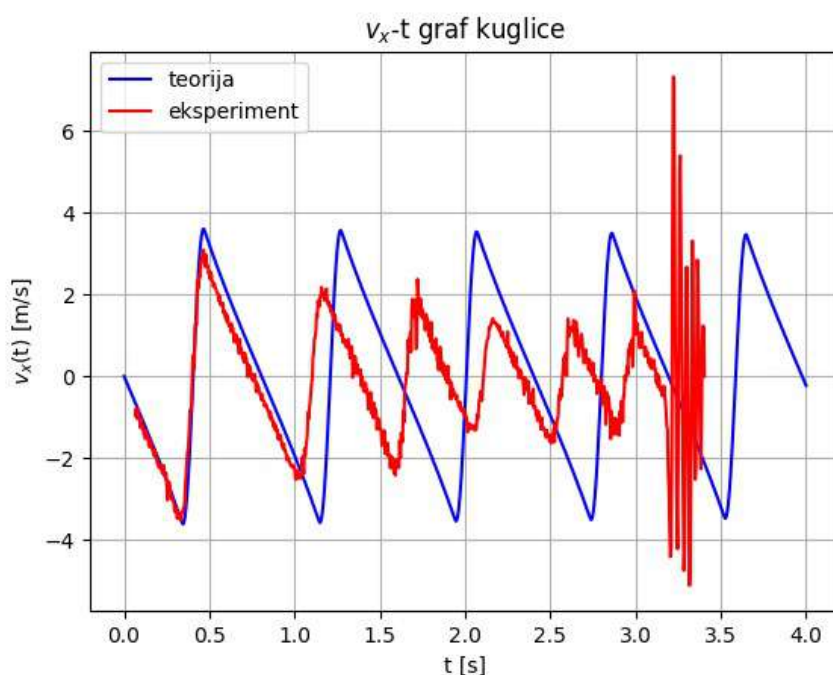
Slika 5: Niz fotografija usporene snimke u trenutku kada užeta udara o fiksnu točku

Pretpostavimo da je užeta u trenutku maksimalnog produljenja ΔL po svakom dijelu $\frac{L}{n}$ jednako produljeno za $\frac{\Delta L}{n}$, slika 6. To znači da se centar mase svakog i -tog dijela užeta giba prema gore prilikom stezanja užeta, a ne samo dio opisan s funkcijom $l(x(t))$. Diferencijalna jednačba 2.7 pretpostavlja da je više energije usmjereno na kuglicu nego što to u stvarnosti je, to nebi izazivalo bitnije odstupanje u položaju u trenutku kada se kuglica opet nađe u maksimalno produljenom položaju. Zato jer bi se ta razlika energije po zakonu o očuvanju energije vratila kuglici. U stvarnosti sustav gubi energiju, kada se užeta vrati na duljinu L dio užeta do fiksne točke udara u nju, te se potom pokušava od nje odbiti u tom trenutku ostatak užeta udara u njega. Takvo ponašanje rasipa energiju i postaje nepredvidljivo. Valja spomenuti i unutarnji otpor užeta koji je zanemaren. Stoga svoje promatranje ograničavam samo na pad i prvu polovicu odskoka, što i je najbitnije kod bungee jumpinga. Najveća sigurnosna pitanja su maksimalni otklon kako nebi došlo do udara s vodom ili tlom, te maksimalna akceleracija koja mora biti u skladu s normama [6].

Na slici 7 vidimo trend slaganja teorijskog predviđanja i eksperimentalnog mjerenja u dijelu za koji smo i rekli da je od interesa, zbog sigurnosnih razloga. Vrijednosti postignute simulacijom su malo ekstremnije pa se mogu uzeti kao gornje granice mogućeg (tablica 2).



Slika 6: Skica produljenog i opuštenog užeta.



Slika 7: Graf brzina, gdje su crvenom bojom označena mjerenja, a plavom teorijsko predviđanje simulacijom.

Također možemo primjetiti "šum" koji se javlja na grafu, koji je rezultat lošeg algoritamskog praćenja položaja kuglice. Na grafu položaja se to ne vidi ali na grafu brzina se vidi zato jer je puno važniji međusobni odnos bliskih točaka. Tracker brzine računa po formuli [2]:

$$v(i) = (x_{i+1} - x_{i-1}) / (2 \cdot dt) \quad (3.3)$$

Po formuli za grešku izvedene veličine:

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_i \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \right]_{x_i=\bar{x}_i}^2 \sigma_{x_i}^2} \quad (3.4)$$

U slučaju brzine v_i :

$$\sigma_{v_i} = \frac{1}{2\Delta t} \sqrt{\sigma_{x_{i+1}}^2 + \sigma_{x_{i-1}}^2 + v_i^2 \sigma_{\Delta t}^2} \quad (3.5)$$

Srednja greška brzine je dana formulom:

$$\bar{\sigma}_v = \sqrt{\frac{\sum_i \sigma_{v_i}^2}{N}} \quad (3.6)$$

Uz vrijednosti:

$$\sigma_{x_{i+1}} = \sigma_{x_{i-1}} = 0.0065m$$

$$\Delta t = \frac{1}{240}s$$

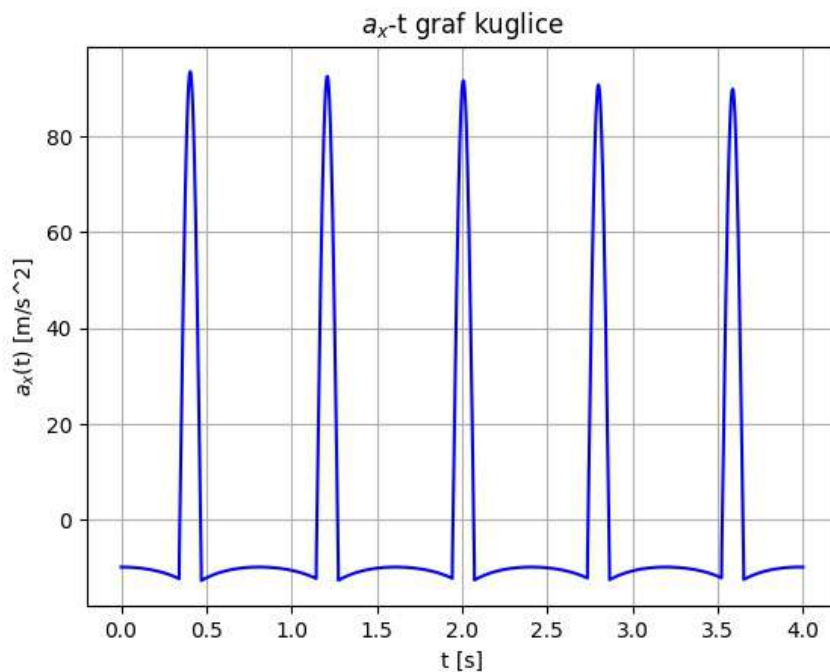
$$\sigma_t = \frac{1}{240}s$$

Usrednjavanjem po svim brzinama dobijamo $\sigma_{\bar{v}} = 1.328 \frac{m}{s}$, zaokruženo na jednu decimalu.

Eksperimentalna vrijednost	Teorijska vrijednost
$(-3.5 \pm 1.3) \frac{m}{s}$	$-3.6 \frac{m}{s}$

Tablica 2: Usporedba ekstremalnih vrijednosti brzina tijekom pada

Šum u slučaju akceleracije je prevelik i uzrokuje prevelike nepravilnosti stoga se na slici 8 nalaze samo teorijske vrijednosti. Iz prijašnje diskusije i grafa brzina da se zaključiti da se teorijske vrijednosti mogu uzeti kao gornje granice.



Slika 8: Graf akceleracije, samo teorijske vrijednosti.

4 Zaključak

U ovom radu eksperimentalno je i teorijski proučeno gibanje kuglice pričvršćene na elastično uže, s ciljem što preciznijeg opisa fenomena bungee jumpinga. Rezultati eksperimenta analizirani su pomoću alata Trackera koji ima svoje prednosti, ali i nedostatke. Pruža nam brzu i laku analizu i ekstrakciju podataka iz fotografija, no također u nekim okolnostima može biti uzrok značajnih grešaka. U našem slučaju greške su nastale primarno kao rezultat korištenja homogene jednobojne kuglice, taj izbor je „zbunio“ Trackera jer nije uvijek mogao točno odrediti centar kuglice. Potencijalno rješenje ovog problema je bilo korištenje kuglice s manjom oznakom. Prilikom testiranja s manjom oznakom na kuglici dolazilo je do zamućenja zbog ograničenja i neadekvatnosti kamere koja je korištena. Druga mogućnost je bila ručno određivanje centra kuglice za svaku od fotografija što bi iziskivalo previše vremena. Tako je algoritam Trackera upravo glavni izvor greške u našem eksperimentu.

Uz njega smo također imali greške uzrokovane nepreciznošću mjernih instrumenata te tehnološkom limitacijom opreme koja je korištena, kao i ljudskim faktorom. Eksperiment bi mogao dobiti na preciznosti korištenjem bolje opreme, snimanjem iz više kutova, kontroliranim uvjetima te ponavljanjem eksperimenta više puta.

Što se tiče teorije model koji smo koristili uspio je pokazati i opisati najbitnije karakteristike sustava koje smo promatrali, no također je bio ograničen svojom jednostavnošću. Glavni problemi su bili nekontrolirano gibanje u ostalim smjerovima nakon prvog odskoka te gubitci energije kroz mehanizme poput unutarnjeg otpora te kaotičnog gibanja užeta. Teorijski bi bilo iznimno zahtjevno modelirati ove utjecaje te su stoga zanemareni.

U usporedbi eksperimentalnih podataka sa računalnom simulacijom baziranom na teorijskom modelu može se primjetiti dobro slaganje u početku. Akumulacijom grešaka i utjecaja koji nisu dio modela kroz vrijeme se između teorije i eksperimenta primjetne su sve veće razlike. Unatoč tome možemo reći da je model uspio predvidjeti granične i maksimalne moguće vrijednosti produljenja užeta i akceleracije, što je zapravo i najbitniji sigurnosni aspekt bungee jumpinga.

5 Literatura

- [1] Open Source Physics:*Tracker* - alat za analizu videa.
URL: <https://opensourcephysics.github.io/tracker-online/> (12. 8. 2025.)
- [2] Open Source Physics:*Tracker* priručnik.
URL: https://physlets.org/tracker/tracker_help.pdf (12. 8. 2025)
- [3] Andre Heck and Peter Uylings 2020 Phys. Educ. 55 025009A *Lagrangian approach to bungee jumping*
URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-6552/ab5cdc/meta> (12. 8. 2025.)
- [4] André Heck et al 2010 Phys. Educ. 45 63 *Understanding the physics of bungee jumping*
URL: <https://staff.fnwi.uva.nl/a.j.p.heck/Research/art/BungeeJumping.pdf> (12. 8. 2025.)
- [5] *The Engineering ToolBox*.
URL: https://www.engineeringtoolbox.com/drag-coefficient-d_627.html (12. 8. 2025.)
- [6] Yanchen Li and Zjengyuan Lu *Dynamic Analysis of Bungee Jumping*
URL: https://scholar.google.com/scholar?hl=en&as_sdt=0%2C5&q=Dynamic+Analysis+of+Bungee+Jumping&btnG= (12. 8. 2025.)
- [7] URL: https://github.com/PetarUroda641/RK4-bungee-jumping/blob/main/Bungee_jumping_1.py
(12. 8. 2025.)